



**Ammissione ai corsi di Tirocinio Formativo Attivo
A.A. 2011-2012**

Prova scritta - Classe A049 - 10 Ottobre 2012

Il candidato risponda alle quattro domande di seguito riportate.

Domanda 1

Sia α un parametro reale fissato. Si consideri la funzione

$$F(x) = \alpha \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad x \in \mathbb{R}.$$

1. Si calcoli la derivata di tale funzione.
2. Si enunci il teorema usato per determinare tale derivata.
3. Per quale valore del parametro α la funzione

$$f(x) = \alpha e^{-\frac{x^2}{2}}$$

rappresenta una densità di probabilità per x che varia su tutto l'asse reale? Per tale valore di α illustrare quali sono: la variabile aleatoria X corrispondente, la sua media e la sua varianza.

4. Si consideri la variabile aleatoria $Z = sX + m$, con $s \in \mathbb{R}^+$ e $m \in \mathbb{R}$. Dato un campione (z_1, z_2, \dots, z_n) di n valori assunti dalla variabile Z , come si può stimare il parametro s^2 ?

Svolgimento



**Ammissione ai corsi di Tirocinio Formativo Attivo
A.A. 2011-2012**

Prova scritta - Classe A049 - 10 Ottobre 2012

Domanda 2

In un piano cartesiano ad assi ortogonali monometrici sia data la trasformazione f di equazioni:

$$\begin{cases} x' = x + y + 1 \\ y' = -x + y + 2 \end{cases}$$

1. Di quale trasformazione si tratta? Individuarla sulla base degli enti caratteristici della definizione. Ha dei punti uniti? Se sì, determinarli; se no, giustificare la risposta.
2. Dati i punti $O(0,0)$, $A(-1,1)$ e $B(1,1)$ determinare le loro immagini (rispettivamente O' , A' , B') secondo la trasformazione f . Calcolare il rapporto tra il perimetro del triangolo $A'O'B'$ e il perimetro del triangolo AOB e spiegare il metodo utilizzato.
3. Data la parabola di equazione $y = x^2$ determinare la sua immagine secondo la trasformazione f e dire di quale curva si tratta. La curva ottenuta è una funzione? Perché?
4. Ci si poteva aspettare questo tipo di curva, senza determinarne l'equazione? Perché?

Svolgimento



Università degli Studi di Torino

**Ammissione ai corsi di Tirocinio Formativo Attivo
A.A. 2011-2012**

Prova scritta - Classe A049 - 10 Ottobre 2012

Domanda 3

Un corpo con la massa di 1 kg viene lanciato verticalmente verso l'alto con una velocità $v_0 = 36\text{ km/h}$.

1. A quale altezza massima arriva e dopo quanto tempo?
2. Quanto valgono la velocità, l'accelerazione, l'energia cinetica e l'energia potenziale del corpo ai tempi $t = 0$, $t = 1\text{ s}$ e $t = 0.5\text{ s}$?
3. Quale altezza massima raggiungerebbe il corpo se fosse lanciato con la stessa velocità (in modulo), ma in una direzione inclinata di 60° rispetto alla verticale?

(Per semplicità di calcolo si assuma come valore dell'accelerazione di gravità $g = 10\text{ m s}^{-2}$.)

Svolgimento



**Ammissione ai corsi di Tirocinio Formativo Attivo
A.A. 2011-2012**

Prova scritta - Classe A049 - 10 Ottobre 2012

Domanda 4

Un campo elettromagnetico è descritto dal quadri-potenziale

$$A^\mu \equiv (V, A_x, A_y, A_z) = N \epsilon^\mu \cos(\omega t - kz), \quad \text{con } \epsilon^\mu = (0, 1, 0, 0) \quad \text{e} \quad \omega = kc$$

dove c è la velocità della luce, N una costante (dimensionale) e V e \vec{A} sono, rispettivamente, il potenziale scalare e vettore del campo elettromagnetico.

1. Si trovino il campo elettrico \vec{E} e magnetico \vec{B} associati al campo.
2. Si commenti la propagazione e la natura della corrispondente onda elettromagnetica.
3. Passando ad una descrizione corpuscolare, si assuma $\omega = 2\pi \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ e si determinino l'energia e la lunghezza d'onda dei fotoni del campo elettromagnetico.
4. Si discuta se questi fotoni sono o no assorbiti dai corpi umani.

(Per semplicità di calcolo si assuma per la costante di Planck il valore $h = 4.1 \times 10^{-15} \text{ eV s}$ e per la velocità della luce $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$.)

Svolgimento