

# QUESITO 1 A

## FISICA

Il candidato illustri il primo principio della termodinamica. Consideri poi la seguente circostanza: nel cilindro di un motore avviene una rapida espansione di un gas contro il pistone. Il lavoro compiuto dal gas verrà poi opportunamente convertito in energia cinetica. Si calcoli tale lavoro supponendo che nel pistone siano presenti 0.25 moli di un gas ideale monoatomico e che nella trasformazione (adiabatica) la temperatura diminuisca da 1150 K a 400 K. Senza calcolare esplicitamente la variazione di entropia del gas, si stabilisca se tale variazione è positiva, negativa o nulla. Il candidato giustifichi il procedimento usato per la risoluzione.

## QUESITO 1 B

### FISICA

Il candidato illustri il secondo principio della termodinamica. Consideri poi la seguente circostanza: nel cilindro di un motore avviene una rapida espansione di un gas contro il pistone. Il lavoro compiuto dal gas verrà poi opportunamente convertito in energia cinetica. Si calcoli tale lavoro supponendo che nel pistone siano presenti 0.5 moli di un gas ideale monoatomico e che nella trasformazione (adiabatica) la temperatura diminuisca da 1000K a 450 K. Senza calcolare esplicitamente la variazione di entropia del gas, si stabilisca se tale variazione è positiva, negativa o nulla. Il candidato giustifichi il procedimento usato per la risoluzione.

## QUESITO 1 C

### FISICA

Il candidato illustri il primo principio della termodinamica. Consideri poi la seguente circostanza: nel cilindro di un motore avviene una rapida espansione di un gas contro il pistone. Il lavoro compiuto dal gas verrà poi opportunamente convertito in energia cinetica. Si calcoli tale lavoro supponendo che nel pistone siano presenti 0.3 moli di un gas ideale monoatomico e che nella trasformazione (adiabatica) la temperatura diminuisca da 1100 K a 450 K. Senza calcolare esplicitamente la variazione di entropia del gas, si stabilisca se tale variazione è positiva, negativa o nulla. Il candidato giustifichi il procedimento usato per la risoluzione.

## QUESITO 2 A

### FISICA

Il candidato illustri il moto di un cilindro che rotola lungo un piano inclinato di  $\theta = \frac{\pi}{6}$  dal punto di vista dinamico e dal punto di vista energetico e calcoli il valore minimo del coefficiente di attrito statico che garantisce il puro rotolamento.

## QUESITO 2 B

### FISICA

Il candidato illustri il moto di una sfera che rotola lungo un piano inclinato di  $\theta = \frac{\pi}{4}$  dal punto di vista dinamico e dal punto di vista energetico e calcoli il valore minimo del coefficiente di attrito statico che garantisce il puro rotolamento.

## QUESITO 2 C

### FISICA

Il candidato illustri il moto di un cilindro che rotola lungo un piano inclinato di  $\theta = \frac{\pi}{3}$  dal punto di vista dinamico e dal punto di vista energetico e calcoli il valore minimo del coefficiente di attrito statico che garantisce il puro rotolamento.

## **QUESITO 3 A**

### **FISICA**

Il candidato illustri uno o piu' esperimenti che hanno determinato la crisi della fisica classica e l'inizio della meccanica quantistica.

## **QUESITO 3 B**

### **FISICA**

Il candidato illustri il dualismo Onda - Corpuscolo caratteristico della meccanica quantistica.



## **QUESITO 3 C**

### **FISICA**

Il candidato illustri il concetto di funzione d'onda in Meccanica Quantistica.

## **QUESITO 4 A**

### **FISICA**

Il candidato esponga il concetto di potenziale elettrostatico.

## **QUESITO 4 B**

### **FISICA**

Il candidato esponga il concetto di potenziale gravitazionale.

## **QUESITO 4 C**

### **FISICA**

Il candidato esponga il concetto di potenziale in fisica.

## INTERDISCIPLINARE 1

In un parco giochi è stata montata una struttura di plastica a forma di semicirconferenza di raggio  $R$ . Poichè la struttura è elettricamente carica, ci si deve preoccupare di calcolare il valore del campo elettrico che genera. Il candidato descriva le proprietà di questo sistema e calcoli il campo elettrico nel centro  $O$  della circonferenza nell'ipotesi che sull'arco sia distribuita una carica totale positiva  $Q$  secondo la legge  $\lambda(\theta) = \lambda_0 \sin \theta$  dove  $\lambda_0 = \frac{Q}{\pi R}$  e  $\theta$  è la deviazione angolare da un asse verticale passante per il centro  $O$ .

Facoltativo: cosa cambia se la stessa carica è invece distribuita in modo uniforme?

## INTERDISCIPLINARE 2

Il pendolo di un orologio viene lasciato fermo con una deviazione angolare  $\alpha = 30^\circ$  dalla posizione verticale. Il candidato descriva questo sistema assumendo che si tratti di un pendolo semplice, specifichi le sue caratteristiche e scriva l'equazione della sua dinamica. Risolva, inoltre, l'equazione della dinamica lungo un asse tangente istantaneamente alla traiettoria nella ipotesi che la deviazione angolare del pendolo possa essere considerata piccola. Il candidato risponda infine alla seguente domanda: se il pendolo è lungo  $1m$ , dove si trova dopo che son passati  $\pi\sqrt{\frac{1}{g}}$  secondi dall'inizio del moto? [ $g$  è il valore dell'accelerazione di gravità].

## BUSTA A

### MATEMATICA

#### Quesito 1

Insiemi finiti e infiniti (definizioni, esempi, caratterizzazioni).

Si provi in particolare che l'insieme dei numeri reali non è numerabile.

#### Quesito 2

Il candidato illustri le nozioni e i risultati essenziali riguardanti le variabili aleatorie discrete.

Si consideri un esperimento che consiste nel lancio di  $n$  monete truccate nel senso che mostrano testa con probabilità  $1/4$ . Calcolare

(i) il valore atteso e la varianza del numero di teste uscite,

(ii) la probabilità che esca testa almeno 1 volta,

(iii) la probabilità che esca testa  $k$  volte, sapendo che è uscita testa almeno 1 volta.

#### Quesito 3

Derivata di una funzione: definizione, esempi, alcuni risultati principali.

Si calcoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3^x - 1) \operatorname{sen} x \log(x + 1)}{x - \operatorname{sen} x}.$$

#### Quesito 4

Applicazioni lineari tra spazi vettoriali: definizione, esempi, risultati principali.

Sia  $k$  un fissato numero reale e sia  $f_k : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione dell' $\mathbb{R}$ -spazio vettoriale  $\mathbb{R}^4$  nell' $\mathbb{R}$ -spazio vettoriale  $\mathbb{R}^3$  definita da

$$f_k(x, y, z, t) := (x, z - 3t, t + y + (k - 5)).$$

Dopo aver individuato il valore  $\bar{k}$  di  $k$  per il quale  $f_{\bar{k}}$  è lineare, si determinino il nucleo e l'immagine di  $f_{\bar{k}}$  e di tali sottospazi si individuino una base e la dimensione.

## BUSTA B

### MATEMATICA

#### Quesito 1

Il principio d'induzione matematica.

Si provi che se un insieme  $S$  ha ordine  $n$ , l'insieme  $\mathcal{P}(S)$  dei sottoinsiemi di  $S$  ha ordine  $2^n$ .

Si provi poi che, detto  $D_{n,k}$  il numero delle disposizioni semplici di  $n$  oggetti su  $k$  posti ( $n \geq k$ ), si ha:

$$D_{n,k} = n(n-1) \cdots (n-k+1).$$

#### Quesito 2

Il candidato illustri le nozioni e i risultati essenziali riguardanti la continuità e la derivabilità delle funzioni di una variabile reale, fornendo inoltre almeno un esempio di taglio didattico (rivolto a studenti delle scuole secondarie superiori) e delineandone la procedura risolutiva.

#### Quesito 3

Matrici su di un campo, applicazione alla risoluzione dei sistemi lineari.

Si risolvano i seguenti sistemi lineari sul campo dei numeri reali:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 11x_3 = 8 \\ x_1 + 6x_2 + 9x_3 = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 11x_3 = 5 \\ x_1 + 6x_2 + 9x_3 = 7 \end{cases}$$

#### Quesito 4

Limite di una funzione reale di una variabile reale: definizione, esempi e prime proprietà.

Si provi che:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1.$$



## BUSTA C

### MATEMATICA

#### Quesito 1

Si enuncino i Teoremi di Rolle, di Lagrange e di De L'Hopital.

Si calcoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3^x - 1) \operatorname{sen} x \log(x + 1)}{x - \operatorname{sen} x}.$$

#### Quesito 2

Si descriva il metodo di eliminazione di Gauss per la risoluzione di un sistema lineare. Si illustrino inoltre le tecniche di pivoting, motivandone l'utilizzo, ed i casi di fallimento del metodo.

Si risolva il seguente sistema lineare col metodo di eliminazione di Gauss con pivoting parziale:

$$\begin{cases} 4x_1 + 12x_2 + 4x_3 = 4 \\ 8x_1 + 64x_2 + 8x_3 = 8 \\ 8x_2 + 8x_3 = 16 \end{cases}$$

#### Quesito 3

Applicazioni lineari tra spazi vettoriali: definizione, esempi, risultati principali.

Sia  $k$  un fissato numero reale e sia  $f_k : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione dell' $\mathbb{R}$ -spazio vettoriale  $\mathbb{R}^4$  nell' $\mathbb{R}$ -spazio vettoriale  $\mathbb{R}^3$  definita da

$$f_k(x, y, z, t) := (x, z - 3t, t + y + (k - 3)).$$

Dopo aver individuato il valore  $\bar{k}$  di  $k$  per il quale  $f_{\bar{k}}$  è lineare, si determinino il nucleo e l'immagine di  $f_{\bar{k}}$  e di tali sottospazi si individuino una base e la dimensione.

#### Quesito 4

Il principio d'induzione matematica.

Si provi che se un insieme  $S$  ha ordine  $n$ , l'insieme  $\mathcal{P}(S)$  dei sottoinsiemi di  $S$  ha ordine  $2^n$ .

Si provi poi che il numero delle disposizioni con ripetizioni di  $n$  oggetti su  $k$  posti è  $n^k$ .