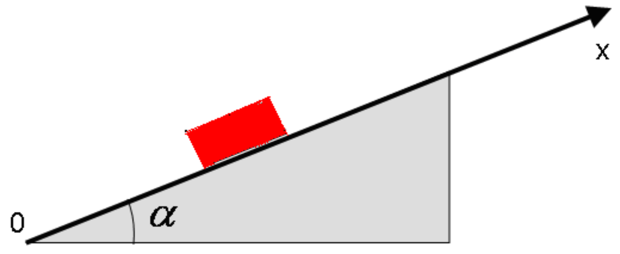
CLASSE A049
PROVA SCRITTA del 17/09/2012

- Per il superamento della prova (raggiungimento della soglia di 21/30) è necessario svolgere completamente e correttamente almeno 4 quesiti di matematica e 4 di fisica.
- Nei fogli di risposta, barrare le parti che il candidato ritiene non debbano essere valutate dalla commissione.

FISICA 1

Un blocchetto di legno è lanciato verso l'alto lungo un piano inclinato di altezza h=3 m e lunghezza l=5 m. La velocità iniziale, lungo la direzione x del piano, è v_0=6 m/s e la posizione iniziale è x=0. [Si assuma per l'accelerazione gravitazionale il valore approssimato g=10 m·s^{-2}]



Q1.
Si consideri il piano privo di attrito.

a. Calcolare la massima altezza raggiunta dal blocchetto e la distanza percorsa sul piano.
b. Descrivere il moto del corpo nella fase ascendente e discendente, scrivendo e rappresentando graficamente l'equazione oraria x(t) e le equazioni per la velocità v(t) e l'accelerazione a(t).
c. Confrontare il tempo di salita con quello di discesa: sono uguali? In caso contrario specificare quale dei due è maggiore. Giustificare la risposta.

Q2.
Si consideri ora che sia presente attrito tra blocchetto e piano.

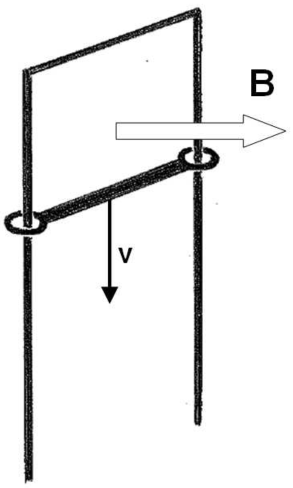
a. Si calcoli il minimo valore che deve avere il coefficiente di attrito statico μ_s perché il corpo possa rimanere in equilibrio sul piano inclinato.

Consideriamo il caso in cui il coefficiente di attrito dinamico sia μ_d=0,5 e il coefficiente di attrito statico sia minore di quello considerato al punto a.

b. Scrivere l'espressione dell'accelerazione a(t) durante il moto ascendente e il moto discendente e calcolarne i valori.
c. Confrontare il tempo di salita con quello di discesa: sono uguali? Se sono diversi, specificare quale dei due è maggiore. Giustificare la risposta.

Q3.
Descrivere quali trasformazioni di energia avvengono nel caso di assenza di attrito e nel caso in cui l'attrito non sia trascurabile.

FISICA 2



Su un piano verticale sono poste due rotaie conduttrici parallele, distanti 1m una dall'altra, di resistenza elettrica trascurabile e connesse elettricamente tra loro alla sommità.
Su di esse può scorrere senza attrito una sbarretta conduttrice, di massa 10 g e resistenza elettrica R=1 Ohm. Il tutto è immerso in un campo magnetico uniforme e costante, diretto orizzontalmente, di modulo B=0.5T.
A un certo istante la sbarretta viene lasciata cadere (con velocità iniziale nulla) lungo le rotaie [si assuma per l'accelerazione gravitazionale il valore approssimato g=10 m·s^{-2}]:

Q1.
Calcolare, in funzione della velocità della sbarretta, la forza elettromotrice indotta nella sbarretta e la corrente indotta nella spira costituita dal sistema rotaie-sbarretta.

Q2.
Descrivere qualitativamente il moto della sbarretta lungo le rotaie e calcolare la velocità limite (se esiste). Trovare come varia la velocità limite al variare della resistenza elettrica R della sbarretta. Che cosa succede quando R tende all'infinito e quando R tende a zero?

Q3.
Discutere il fenomeno dal punto di vista dell'energia.
[Max 10 righe].

FISICA 3

Un cilindro con pistone contiene un gas alla pressione $p_o=10^3$ Pa, temperatura T_o=27 °C e volume V_o=50 dm^3. In tutto il problema, il gas è trattato come gas perfetto. Si operano in successione le tre trasformazioni seguenti: espansione isotermica, compressione isobara e trasformazione isocora che chiude il ciclo termodinamico.

Q1.
L'espansione isotermica porta il volume da V_o *a* $V_1=2V_o$.
Trovare la nuova pressione p_1 del gas, il lavoro compiuto dal gas nella trasformazione e il calore ricevuto.

Q2.
La compressione a pressione costante p_1 porta a riottenere il volume iniziale V_o.

a. Trovare la nuova temperatura T_2 del gas e il lavoro compiuto sul gas.

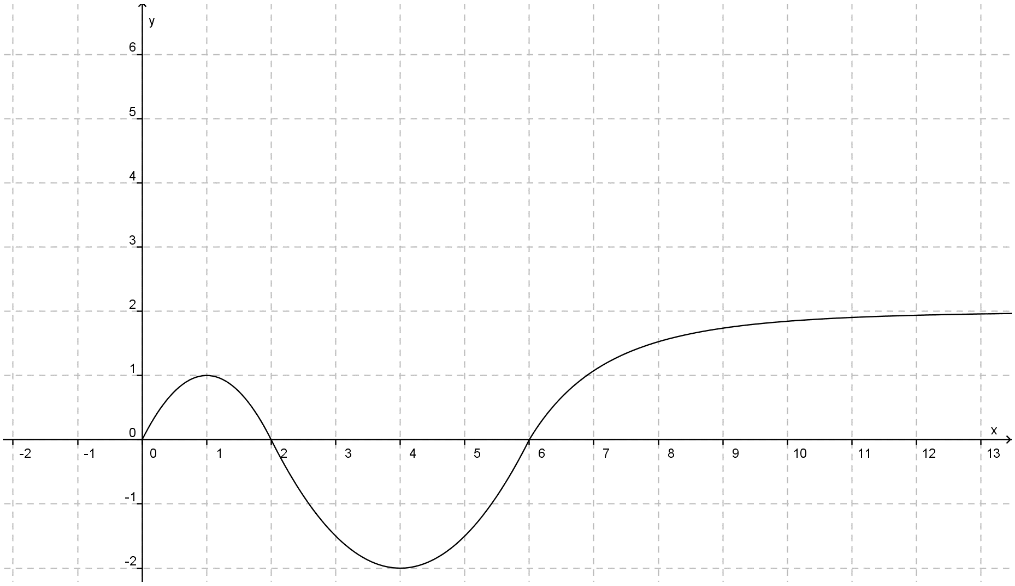
Si chiuda il ciclo con un riscaldamento a volume costante fino a tornare allo stato iniziale.

b. Disegnate un grafico delle tre trasformazioni su un piano V-p e calcolate il calore totale netto scambiato durante l'intero ciclo.

Q3.
Il gas è composto da molecole di Ossigeno (m_O= 32 uma) e di idrogeno (m_H= 2 uma).

a. Qual è il rapporto tra le velocità quadratiche medie delle molecole dei due tipi?
b. Come dipende la velocità quadratica media dalla temperatura?

MATEMATICA 1



In figura è rappresentato il grafico di una funzione continua $f:[0,+\infty) \to R$.

Q1.
Sulla base del grafico di *f*, individuare:

a. il valore del limite della funzione per *x* che tende a $+\infty$;
b. gli eventuali zeri e il segno della funzione;
c. gli intervalli di monotonia della funzione;
d. gli eventuali punti di minimo e punti di massimo della funzione e i corrispondenti valori minimi e massimi (precisando se si tratta di minimi/massimi relativi o assoluti).

Q2.
Sia *g* la funzione definita nello stesso dominio di *f* tramite $g(x) = \int_0^x f(t)dt$. Sulla base del grafico di *f* individuare:

a. gli intervalli di monotonia della funzione *g*;
b. gli eventuali punti di minimo e punti di massimo della funzione *g*;
c. il numero di zeri e il segno della funzione *g*;
d. il valore del limite della funzione *g* per *x* che tende a $+\infty$.

Tracciare, per quanto possibile, il grafico della funzione *g*.

Q3.
Data una funzione $h:[0,+\infty) \to R$ e una funzione $H: R \to R$ tale che $H(x)=h(x)$ per ogni $x \geq 0$ e $H(x)=H(-x)$ per ogni numero reale *x*, stabilire sotto quali condizioni su *h* la funzione *H* è derivabile in ogni punto.

MATEMATICA 2

Q1.
Dimostrare che se k è un numero naturale dispari, la somma di k numeri interi consecutivi è divisibile per k. Cosa si può dire se k è un numero pari?

Q2.
Sia $p(x)= a_0+a_1x+\ldots\ldots+a_nx^n$ un polinomio a coefficienti interi e sia r un numero intero.

a. Dimostrare che r è una radice di p(x) se e solo se p(x) è divisibile per (x-r).
b. Dimostrare che se r è radice di p(x) allora r divide a_0 . E' vero il viceversa? Giustificare la risposta.

Q3.
Si consideri la successione di Fibonacci $\{a_n\}$ definita come segue per ogni numero naturale *n*:

$$\begin{cases} a_0 = a_1 = 1 \\ a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \end{cases}$$

Dimostrare che il massimo comun divisore tra due termini consecutivi della successione è uguale a 1.

MATEMATICA 3

Q1.
Dato un quadrato ABCD, siano Q, R, S e T i punti medi rispettivamente dei lati AB, BC, CD e DA.

a. Dimostrare che le rette AR, BS, CT e DQ individuano un quadrato.
b. Dimostrare che l'area di tale quadrato è un quinto di quella di ABCD.

Q2.

a. Dare la definizione di isometria piana.
b. Date nel piano euclideo due circonferenze distinte di ugual raggio, determinare tutte le isometrie piane che scambiano tra loro le due circonferenze. Giustificare la risposta.

Q3.
Dato un triangolo nello spazio, determinare il luogo geometrico dei centri delle sfere ad esso circoscritte. Giustificare la risposta